

Diskrete Strukturen: einfache Fragen zur Aussagenlogik

panitz

Zusammenfassung

In diesem Kurs geht es um Terminologie und Grundzüge der Aussagenlogik.

Frage: Implikation

Welche der folgenden Formeln ist logisch äquivalent zur logische Implikation:

$a \rightarrow b$?

(Mehrere Antwortmöglichkeiten).

- $\neg a \vee b$
- $\neg(a \wedge \neg b)$
- $\neg(a \wedge b)$
- $a \wedge \neg b$
- $\neg b \rightarrow \neg a$
- $b \wedge \neg a$

Korrekte Antworten

- $\neg a \vee b$
- $\neg(a \wedge \neg b)$
- $\neg b \rightarrow \neg a$
- $b \rightarrow a$

Erläuterung

Diese vier Lösungen realisieren die logische Implikation. Für die logischen Ausdrücke kann man dieses mit Wahrheitstafeln schnell zeigen.

Frage: Interpretationen

Wie viele verschiedene Interpretationen hat eine Formel mit unterschiedlichen aussagenlogischen Variablen?

-

Erläuterung

Jede Zeile in einer Wahrheitstabelle ist eine Interpretation. Jede aussagenlogische Variable kann wahr oder falsch sein.

Frage: Auswerten einer Formel

Es sei $a=$, $b=$, $c=$. Zu was wertet die folgende Formel unter dieser Interpretation aus? (Antwort als W bzw. F.)

$$\neg(a \rightarrow c) \quad (\neg(a \rightarrow b) \quad c)$$

▪

Erläuterung

Durch die Semantik der Operatoren $\neg, \rightarrow, \wedge$, lässt sich das Ergebnis schrittweise errechnen.

Frage: Semantische Begriffe

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

(Mehrere Antwortmöglichkeiten).

- Jede Tautologie ist auch erfüllbar.
- Jede erfüllbare Formel ist auch allgemeingültig.
- Eine Formel, die keine Tautologie ist, ist widersprüchlich.
- Jede Formel ist erfüllbar oder unerfüllbar.
- Eine erfüllbare Formel kann eine Interpretation haben, für die sie nicht zu wahr ausgewertet wird.

Korrekte Antworten

- Jede Tautologie ist auch erfüllbar.
- Jede Formel ist erfüllbar oder unerfüllbar.
- Eine erfüllbare Formel kann eine Interpretation haben, für die sie nicht zu wahr ausgewertet wird.

Erläuterung

Die Begriffe beziehen sich alle darauf, ob eine, alle oder keine Interpretation die Formel zu wahr auswertet.

Frage: Semantische Begriffe

Welche der folgenden Formeln ist allgemeingültig?

(Mehrere Antwortmöglichkeiten).

- $\neg a \quad a$
- $((a \rightarrow b) \quad \neg b) \rightarrow \neg a$
- $((a \rightarrow b) \quad a) \rightarrow \neg\neg b$
- $\neg a \quad a$
- $((a \rightarrow b) \quad a) \rightarrow \neg b$
- $((a \rightarrow b) \quad \neg b) \rightarrow a$

Korrekte Antworten

- $\neg a \quad a$
- $((a \rightarrow b) \quad \neg b) \rightarrow \neg a$
- $((a \rightarrow b) \quad a) \rightarrow \neg\neg b$

Erläuterung

Bei den Implikationen finden wir hier Formeln, die den Modus Ponens und Formeln, die die Kontraposition darstellen.

Frage: Semantische Begriffe

Sei F eine beliebige aussagenlogische Formel. Welche der folgenden Aussagen kann möglich sein?

(Mehrere Antwortmöglichkeiten).

- Sowohl F als auch $\neg F$ sind erfüllbar.
- F und auch $\neg F$ sind allgemeingültig.
- F und $\neg F$ sind beide unerfüllbar.
- F ist erfüllbar und $\neg F$ ist unerfüllbar.

Korrekte Antworten

- Sowohl F als auch $\neg F$ sind erfüllbar.
- F ist erfüllbar und $\neg F$ ist unerfüllbar.

Erläuterung

Erfüllbar bedeutet, dass es eine Interpretation gibt, die die Formel zu wahr auswertet, unerfüllbar, dass es keine solche Interpretation gibt.

Frage: Interpretationen

Schreiben Sie eine Interpretation, die die Formel

$$\neg(\neg\neg a \quad \neg(b \quad c))$$

erfüllt.

(Schreiben Sie für die Variablen jeweils: a=W bzw. a=F um auszudrücken, dass die Variable a mit wahr oder falsch belegt sein soll.)

Korrekte Antworten

- $a=F$
- $b=W$
- $c=W$

Erläuterung

Man kann die Formel zu $\neg a \vee b \vee c$ vereinfachen. Da kann man diese Interpretation direkt ablesen.

Frage: Transformationen

Transformieren Sie die folgende Formel in eine logisch äquivalente Formel, in der Negationszeichen nur noch direkt vor einer aussagenlogischen Variable stehen.

$\neg(\neg\neg a \quad \neg(b \quad c))$.

(Zur Eingabe der Formel nutzen Sie die Unicodezeichen der logischen Symbole \neg , \wedge , \vee , die sie sich aus aus Aufgabe kopieren können.)

Korrekte Antworten

- $\neg a \vee b \vee c$

Erläuterung

Beim Hineinziehen der Negation verändert sich der Junktor.

Frage: Semantische Begriffe

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

(Mehrere Antwortmöglichkeiten).

- Alle Tautologie sind logisch äquivalent.
- Alle erfüllbare Formeln sind logisch äquivalent.
- Alle Kontradiktionen sind logisch äquivalent.
- Alle unerfüllbaren Formeln sind logisch äquivalent.

Korrekte Antworten

- Alle Tautologie sind logisch äquivalent.
- Alle Kontradiktionen sind logisch äquivalent.
- Alle unerfüllbaren Formeln sind logisch äquivalent.

Erläuterung

Auch hier werden die semantischen Begriffe direkt angewendet.

Frage: Auswerten einer Formel

Es sei $a=$, $b=$, $c=$. Zu was wertet die folgende Formel unter dieser Interpretation aus? (Antwort als W bzw. F.)

$$\neg(a \rightarrow b) \quad (\neg a \quad c)$$

-

Erläuterung

Man kann hierzu eine Wahrheitstafel aufstellen.