Def (regulärer Ausdruck)

sei Σ ein endliches Alphabet. $\boxed{regEx(\Sigma)}$

Die Menge der regulären Ausdrücke über Σ sei die kleinste Menge für die gilt: $\{(,), *, |\} \cap \Sigma = \emptyset$

Basisfälle

- $\varepsilon \in regEx(\Sigma)$
- $\Sigma \subset regEx(\Sigma)$

induktive Fälle

- wenn $e_1 \in regEx(\Sigma)$ und $e_2 \in regEx(\Sigma)$ dann auch $\boxed{e_1 e_2} \in regEx(\Sigma)$ (Sequenz)
- wenn $e_1, e_2 \in regEx(\Sigma)$ dann auch $\boxed{e_1 | e_2} \in regEx(\Sigma)$ (Alternative)
- wenn $e \in regEx(\Sigma)$ dann auch $\boxed{(e)} \in regEx(\Sigma)$ (Klammerung)
- wenn $e \in regEx(\Sigma)$ dann auch $\boxed{e*} \in regEx(\Sigma)$ (Wiederholung)

Def (Semantik der regulären Ausdrücke)

Sei Σ ein Alphabet. Für

$L : regEx(\Sigma) \to P(\Sigma^*)$

sei die Sprache des regulären Ausdrucks mit:

- $L(\varepsilon) = \emptyset$
- $L(a) = \{a\}$ für $a \in \Sigma$
- $L(e_1 e_2) = \{ab \mid a \in L(e_1), b \in L(e_2)\}$
- $L(e_1 | e_2) = L(e_1) \cup L(e_2)$
- $L((e)) = L(e)$
- $L(e^*) = \cancel{\{e \mid L(e)\}}$ $\{a^* \mid a \in L(e)\}$

Satz

- Zu jedem regulären Ausdruck e gibt es einen DEA A, so dass A L(e) akzeptiert
- Für jeden DEA A gibt es eine regulären Ausdruck e so dass L(e) die von A akzeptierte Sprache ist.