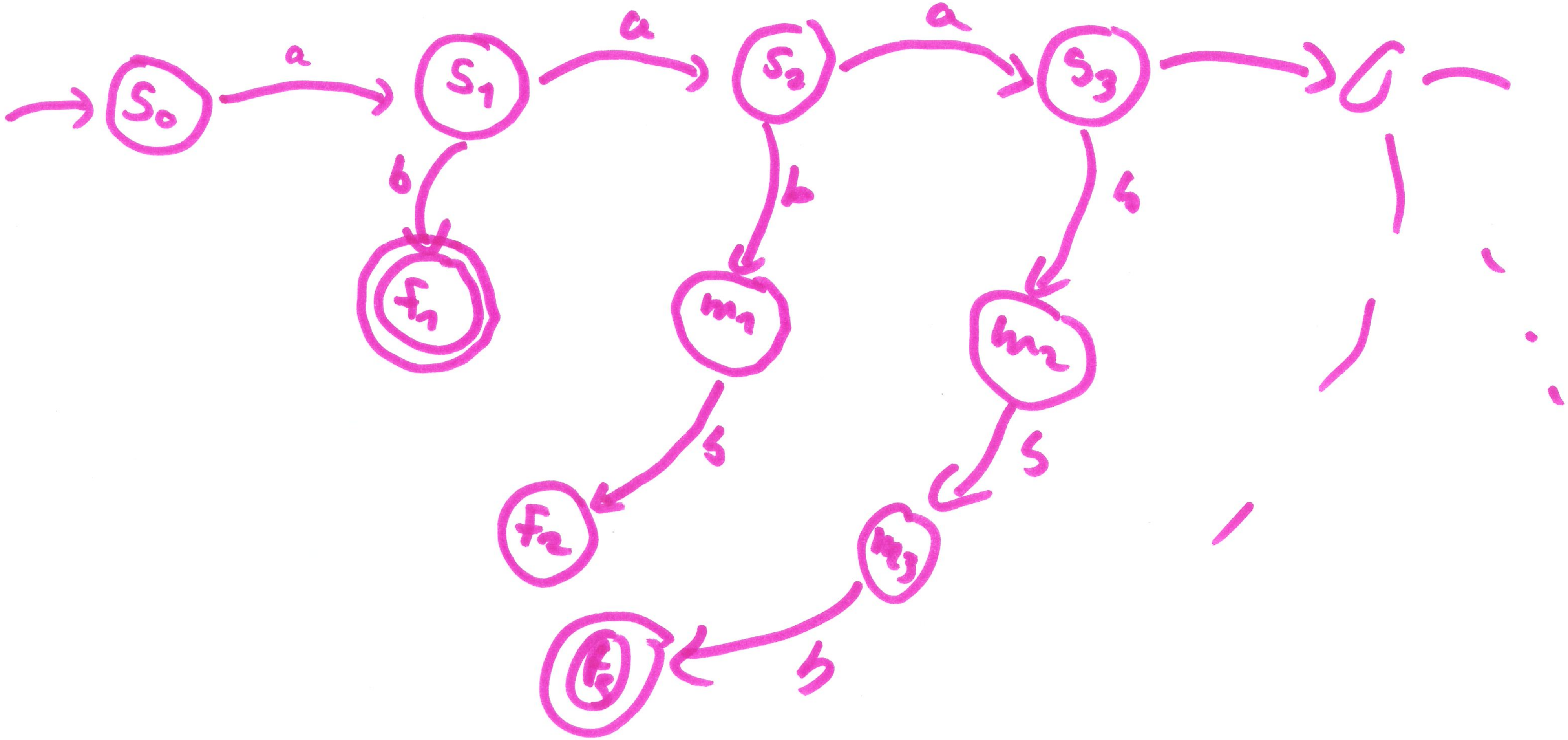
Sei $\Sigma = \{a, b\}$

Definiere die Sprache $K = \{ a^k b^k \mid k \in \mathbb{N} \}$



# Pumping - Lemma

Sei $A$ ein Automat mit $n$ Zuständen.

Sei $w \in L(A)$ mit $|w| \geq n$.

Dann kann $w$ zerlegt werden in 3 Teilworte

$$w = xyz \qquad |y| \geq 1 \;, \; |xy| \leq n$$

so dass

$$xy^kz \in L(A) \text{ für } k \in \mathbb{N}_0$$

**Bew:**

Betrachte $w$ mit $m = |w| \geq n$ $\quad w \in L(A)$

$w = a_1 \ldots a_m$

$$\underbrace{\rightarrow s_0 \xrightarrow{a_1} s_1 \xrightarrow{a_2} s_2 \xrightarrow{a_3} s_3 \cdots \xrightarrow{a_k}}_{x} s_k \underbrace{\xrightarrow{a_{k+1}} s_{k+1} \rightarrow \cdots \xrightarrow{a_l}}_{y} s_l \underbrace{\rightarrow \cdots \xrightarrow{a_m} s_m}_{z}$$

Es muss gelten:

es gibt $k < l$ mit $s_k = s_l$

Satz

Die Sprache $K = \{a^k b^k \mid k \in \mathbb{N}\}$ wird durch keinen DEA akzeptiert.

Bew. Durch Widerspruch.

Annahme: es gibt Automaten $A$ mit $L(A) = K$.

$A$ habe $n$ Zustände

nehme $w$ mit $|w| = 2 \cdot n$

$w = a^n b^n$

Nach Pumping-Lemma kann man $w$ zerteilen in $xyz$ mit $|xy| \leq n$ also:

$x$ und $y$ bestehen nur aus dem Zeichen $a$.

# Thue und Chomsky

**Def** (Semi-Thue-System)

Ein Semi-Thue-System besteht aus einem Alphabet $\Sigma$ und einer endlichen Menge von Wortpaaren $\{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \Sigma^*\}$

Ein Wort w heißt aus einem Wort v ableitbar, wenn es endlich viele Ersetzungsschritte gibt, so dass aus w das Wort v entsteht:

$$v = v_0 \to v_1 \to v_2 \to \dots \to v_n = w$$

## Definition (Chomsky-Grammatiken)

Eine Grammatik sei ein 4-Tupel

$$G = (N, T, P, S)$$

mit

- $N$ eine endliche Menge von Nicht-Terminalsymbole
- $T$ eine endliche Menge von Terminalsymbolen
- $P$ eine endliche Menge von Produktionsregeln

$$P \subset \{\alpha \to \beta \mid \alpha, \beta \in (N \cup T)^*, \alpha \neq \varepsilon\}$$

- $S \in N$ das Startsymbol

Die Sprache von $G$ sei:

$$L(G) = \{w \in T^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} w\}$$

## Beispiel

$T = \{$ john, pizza, loves, mary, hot, is, eats, hills $\}$

$N = \{ S, NP, VP, N, V, AD \}$

$P = \{ S \to NP\ VP,\ VP \to V,\ VP \to V\ NP,\ NP \to N,$
$NP \to AD\ N,\ V \to$ eats, $V \to$ is, $V \to$ loves, $V \to$ hills,
$N \to$ john, $N \to$ pizza, $N \to$ mary $\}$

$S = S$

$S \to NP\ VP \to N\ VP \to$ john $VP \to$ john $V\ NP$
$\to$ john loves $NP \to$ john loves $N \to$ john lovs pizza